1. Come disegnare con tabella la retta, la parabola e l'iperbole $y = \frac{1}{x}$

Retta:

- **Equazione generale**: $y = mx + q$, dove m è il coefficiente angolare e q è l'intercetta.
- **Procedimento**:
  1. Scegli almeno due valori di x (ad esempio, $x = 0$ e $x = 1$).
  2. Calcola i corrispondenti valori di y sostituendo x nell'equazione.
  3. Riporta i punti (x, y) su un piano cartesiano.
  4. Traccia la retta passante per i punti.

Parabola:

- **Equazione generale**: $y = ax^2 + bx + c$.
- **Procedimento**:
  1. Scegli almeno 5-7 valori di x (ad esempio, $x = -2, -1, 0, 1, 2$).
  2. Calcola i corrispondenti valori di y sostituendo x nell'equazione.
  3. Riporta i punti (x, y) su un piano cartesiano.
  4. Traccia la parabola passante per i punti.

Iperbole $y = \frac{1}{x}$:

- **Procedimento**:
  1. Scegli valori di x diversi da 0 (ad esempio, $x = -2, -1, 1, 2$).
  2. Calcola i corrispondenti valori di y sostituendo x nell'equazione.
  3. Riporta i punti (x, y) su un piano cartesiano.
  4. Traccia i due rami dell'iperbole, notando che si avvicinano agli assi x e y senza toccarli (asintoti).

2. Come si trova la funzione composta

- **Definizione**: Date due funzioni $f(x)$ e $g(x)$, la funzione composta $f \circ g$ è definita come $f(g(x))$.
- **Procedimento**:
  1. Scrivi la funzione esterna $f(x)$.
  2. Sostituisci x nella funzione esterna con l'intera funzione $g(x)$.
  3. Semplifica l'espressione risultante, se possibile.

Esempio:

- $f(x) = 2x + 1$, $g(x) = x^2$.
- $f \circ g = f(g(x)) = 2(x^2) + 1 = 2x^2 + 1$.

---

3. Come si trova la funzione inversa

- **Definizione**: La funzione inversa $f^{-1}(x)$ di una funzione $f(x)$ è quella che soddisfa $f(f^{-1}(x)) = x$ e $f^{-1}(f(x)) = x$.
- **Procedimento**:
  1. Scrivi l'equazione $y = f(x)$.
  2. Scambia x e y, ottenendo $x = f(y)$.
  3. Risolvi l'equazione per y in funzione di x.
  4. La soluzione è $y = f^{-1}(x)$.

Esempio:

- $f(x) = 2x + 3$.
- Scambio: $x = 2y + 3$.
- Risolvo per y: $y = \frac{x-3}{2}$.
- La funzione inversa è $f^{-1}(x) = \frac{x-3}{2}$.

---

4. Come si trova il dominio della funzione polinomio e della funzione fratta

Cosa è il dominio?

Il **dominio** di una funzione è l'insieme di tutti i valori di x (input) per cui la funzione è definita e produce un valore di y (output) reale. In altre parole, è l'insieme di tutti i valori che è possibile sostituire alla variabile x senza ottenere risultati indefiniti o non validi.

Funzione polinomio

- **Definizione**: Una funzione polinomio è una funzione della forma:

$$P(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \cdots + a_1 x + a_0,$$

  dove $a_n, a_{n-1}, \ldots, a_0$ sono coefficienti reali e n è un numero intero non negativo (il grado del polinomio).

- **Dominio della funzione polinomio**:
  - Le funzioni polinomiali sono definite per **tutti i numeri reali**.
  - Non ci sono restrizioni sul dominio, poiché non ci sono divisioni per zero, radici di numeri negativi o logaritmi di numeri non positivi.
  - Pertanto, il dominio è:

$$\text{Dominio} = \mathbb{R} \quad \text{(tutti i numeri reali)}.$$

Esempio:

- $P(x) = 3x^2 - 2x + 1$.
- Dominio: $\mathbb{R}$.

Funzione fratta

- **Definizione**: Una funzione fratta è una funzione della forma:

$$f(x) = \frac{P(x)}{Q(x)},$$

  dove $P(x)$ e $Q(x)$ sono polinomi, e $Q(x) \neq 0$.

- **Dominio della funzione fratta**:
  - Il dominio è determinato dalla condizione che il denominatore $Q(x)$ non sia uguale a zero, poiché la divisione per zero non è definita.
  - Per trovare il dominio:
    1. Trova i valori di x che annullano il denominatore, risolvendo l'equazione $Q(x) = 0$.
    2. Escludi questi valori dal dominio.
    3. Il dominio sarà quindi l'insieme di tutti i numeri reali tranne i valori esclusi.

Esempio:

- $f(x) = \frac{x^2+1}{x-2}$.

1. Trova i valori che annullano il denominatore: $x - 2 = 0 \Rightarrow x = 2$.
2. Escludi $x = 2$ dal dominio.
3. Dominio: $\mathbb{R} \setminus \{2\}$, ovvero tutti i numeri reali tranne 2.

Riassunto:

- **Funzione polinomio**: Il dominio è sempre $\mathbb{R}$ (tutti i numeri reali).
- **Funzione fratta**: Il dominio è $\mathbb{R}$ esclusi i valori che annullano il denominatore.

---

5. Come si trovano le controimmagini di una funzione

- **Definizione**: Le controimmagini di un valore y sono tutti i valori x tali che $f(x) = y$.
- **Procedimento**:
  1. Scrivi l'equazione $f(x) = y$.
  2. Risolvi l'equazione per x.
  3. Le soluzioni sono le controimmagini di y.

Esempio:

- $f(x) = x^2$, $y = 4$.
- Scrivi $x^2 = 4$.
- Risolvi: $x = 2$ o $x = -2$.
- Le controimmagini di 4 sono 2 e -2.
